Технические науки

УДК 004.02

Коряков Игорь Витальевич

начальник отдела разработки и производства технических средств

ООО Научно-внедренческая фирма «Криптон»

ПСЕВДОПЛАТОНОВЫ ТЕЛА ИЗ МАГНИТНЫХ СФЕР

Аннотация. *В данной работе рассматриваются принципы построения геометрических объектов из сферических магнитов в виде сцепленных кольцевых цепочек с числом сфер, соответствующим арифметическим прогрессиям с разностями 6, 5, 4, 3, 2, 1 и 0. Полученные в результате полые пирамидки могут образовывать тела, очень похожие на Платоновы, но не являющиеся ими. Как ни странно, возможны двуугольные и даже одноугольные пирамидки, также образующие объёмные тела. Более того, задача о пирамидках из шаров имеет непосредственное отношение к криптографии на эллиптических кривых.*

Ключевые слова: *Платоновы тела, сферические магниты, криптография, эллиптические кривые.*

Введение

«Один плюс один – равняется два! Я понял!!!»

Верблюжонок из мультфильма о первоклашках

Игрушка в виде множества сферических магнитиков под названием «Неокуб» широко известна. Магнитное поле шариков заставляет их притягиваться друг к другу, занимая равновесные позиции с минимальной потенциальной энергией. Из этих шариков можно строить бесконечно разнообразные фигуры.

После создания всевозможных узоров и объёмных тел, автор стал экспериментировать с полыми пирамидками, образующимися при «склеивании» цепочек шариков, причём длина следующих цепочек увеличивалась в арифметической прогрессии с различными значениями разности.

Из определённого числа пирамидок получались правильные и устойчивые тела, не являющиеся Платоновыми, но удивительно на них похожими.

Построение

Начнём с разности шесть, поскольку при б*о*льших разностях конструкции становятся дырявыми и не склеиваются в монолитную фигуру. Один шарик, вокруг – 6 шариков, вокруг – 12, далее 18, 24 и так далее. Получается плоская фигура со 120-ти градусной симметрией. Вроде ничего особенного.

Разность пять. Пять шариков окружаем десятью, которые образуют несколько смещённый слой, 15 шариков дают такое же смещение. Продолжаем и получаем пятиугольную полую пирамидку (для красоты приклеиваем один шарик на вершину из пяти шариков).

Делаем 12 таких пирамидок разности 5 с одинаковыми длинами сторон основания и ещё 20 пирамидок разности 6 с такими же длинами сторон. Склеиваем полученные пирамидки так, чтобы с одной пирамидкой разности 5 контачили пять пирамидок разности 6. Это порядок построения усечённого икосаэдра.

На рисунке 1 показаны отдельные пирамидки разности 5 и 6 и тело, построенное по правилу построения усечённого икосаэдра, но очень похожее на обычный икосаэдр. Практически такое же тело получается при склеивании 12-ти пятиугольных пирамидок по граням додекаэдра: вершины пирамидок образуют вершины икосаэдра.

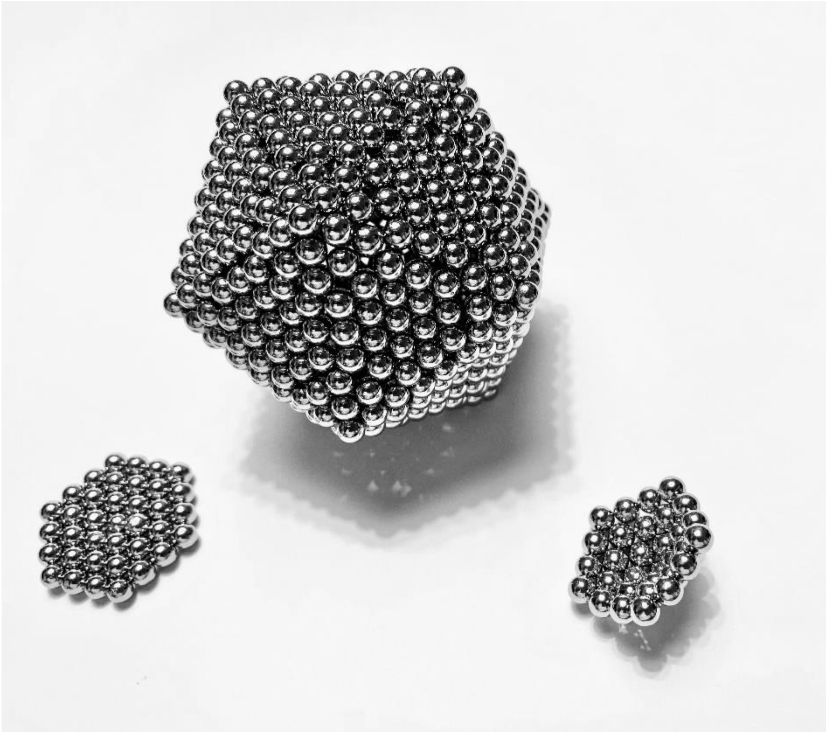

Рис. 1. Псевдо икосаэдр и пирамидки разности 6 и 5

При этом в точке соединения трёх ближайших пирамидок их рёбра скругляются и углы 108 градусов в основаниях пирамидок превращаются в 120 градусов и 6 шариков с одним центральным создают плоскую середину треугольной грани икосаэдра.

Продолжаем

Строим пирамидки разности 4. Один шарик в центре, затем 4 шарика, следующий слой – 8 шариков, далее 12, 16, 20... Получаем четырёхугольную пирамидку, берём 6 таких пирамидок и строим объёмное тело, соединяя их основания, будто мы наклеиваем их на грани куба.

На рисунке 2 показана пирамидка разности 4 и построенное из 6-ти пирамидок тело, очень похожее на октаэдр с несколько скруглёнными рёбрами.

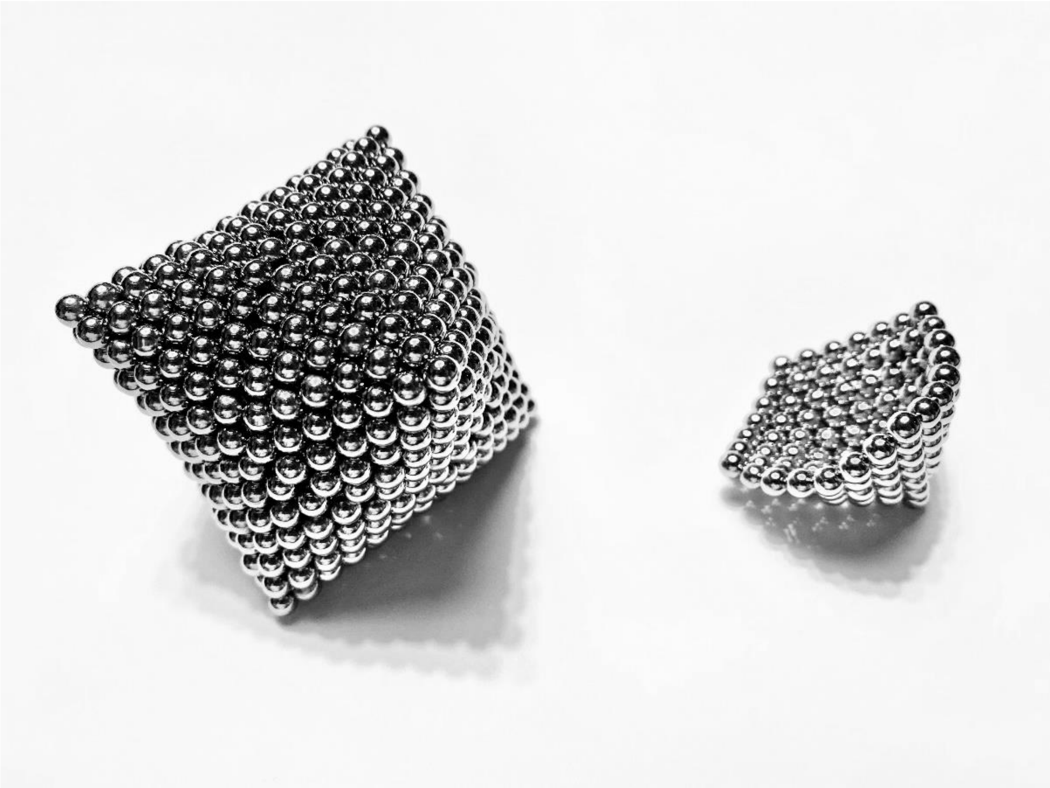

Рис. 2. Псевдо октаэдр и пирамидка разности 4

Пирамидки разности 3. Один шарик в центре, затем 3 шарика, следующий слой – 6 шариков, далее 9, 12, 15... Получаем треугольную пирамидку, берём 4 таких пирамидки и строим объёмное тело, склеивая их основаниями, будто соединяя с гранями тетраэдра. И получаем действительно тетраэдр, приведённый на рисунке 3, но только со сглаженными рёбрами.

Не останавливаемся

Что нам мешает продолжить с разностью два? Только предубеждение, что двуугольников не может быть. Проверим: 2 шарика, следующий слой 4 шарика, далее 6, 8, 10...

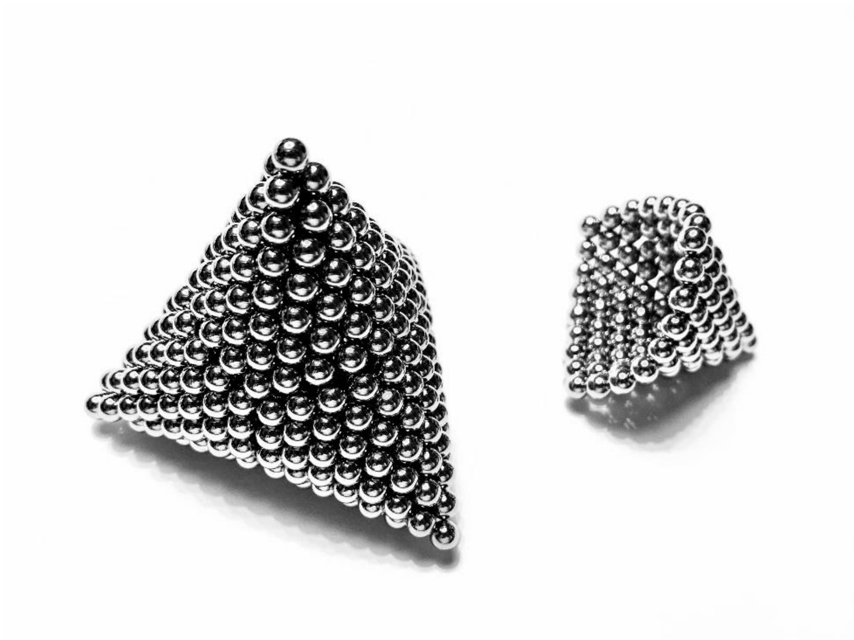

Рис. 3. Псевдо тетраэдр и пирамидка разности 3

Вполне устойчивая структура, пирамидка действительно имеет два угла в основании, как это видно на рисунке 4. Три таких пирамидки соединяются в фигуру, которую можно условно назвать «Морской звездой» или «Триаэдром».

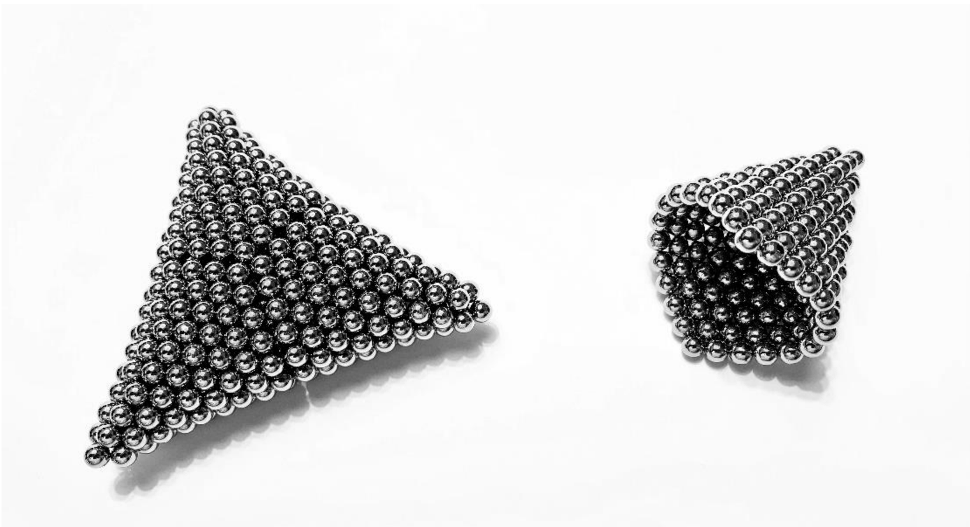

Рис. 4. Пирамидка разности 2 и объёмное тело из 3-х пирамидок

Идём дальше: разность один!

Берём шарик, потом два шарика, потом три и так далее. Получаем одноугольную пирамидку, показанную на рисунке 5.

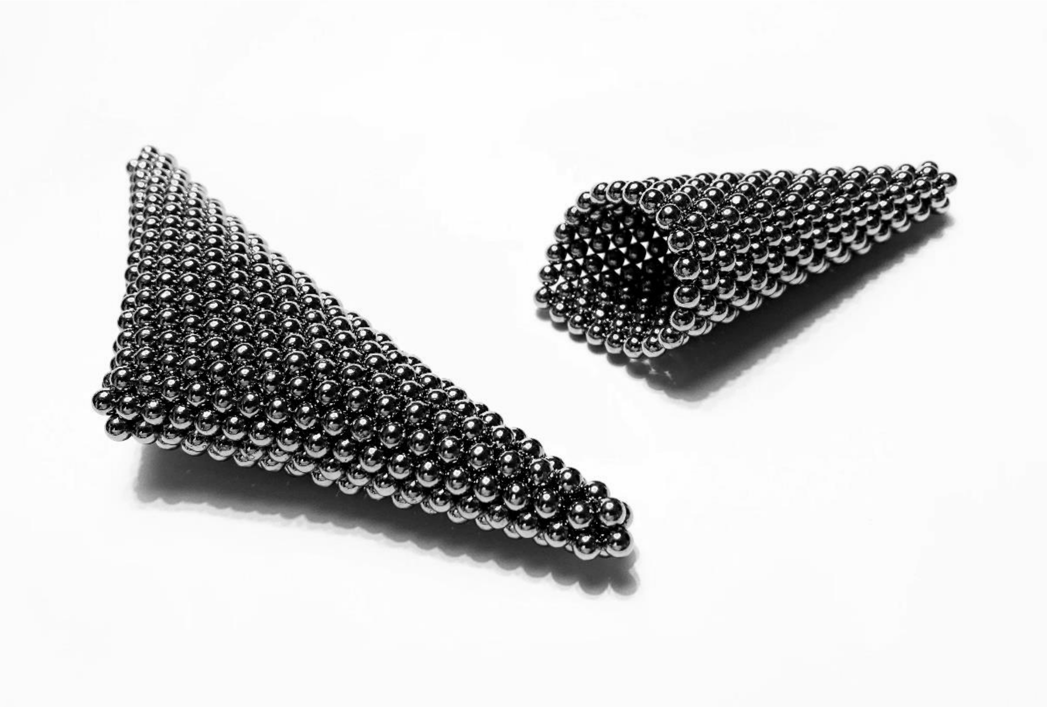

Рис. 5. Пирамидка разности 1 и объёмное тело из 2-х пирамидок

Две одноугольные пирамидки, соединённые вместе, образуют устойчивую структуру, для которой и названия не находится. Что-то вроде бумеранга. Но факт остаётся фактом: одноугольные пирамидки с разностью один существуют и образуют трёхмерное тело («Дуаэдр»).

Остаётся только определиться с разностью «ноль». Здесь всё просто: берём любое число шариков и повторяем в следующем слое столько же. Правда, существуют пирамидки с нулевой разностью в двух вариантах. Одни образуются кольцами с одним и тем же числом шариков, другие – спиралью, радиус которой не меняется. Примеры таких двух типов нуль-разностных пирамидок приведены на рисунке 6.

Рис. 6. Пирамидка разности 0 и объёмные тела из одной пирамидки

Это, конечно же, не пирамидки. Они приведены лишь для общности.

И на закуску, красивое тело, составленное из 12-ти пятиугольных пирамидок и двух шестиугольников, построенное по принципу шести-угольной антипризмы изображённое на рисунке 7.

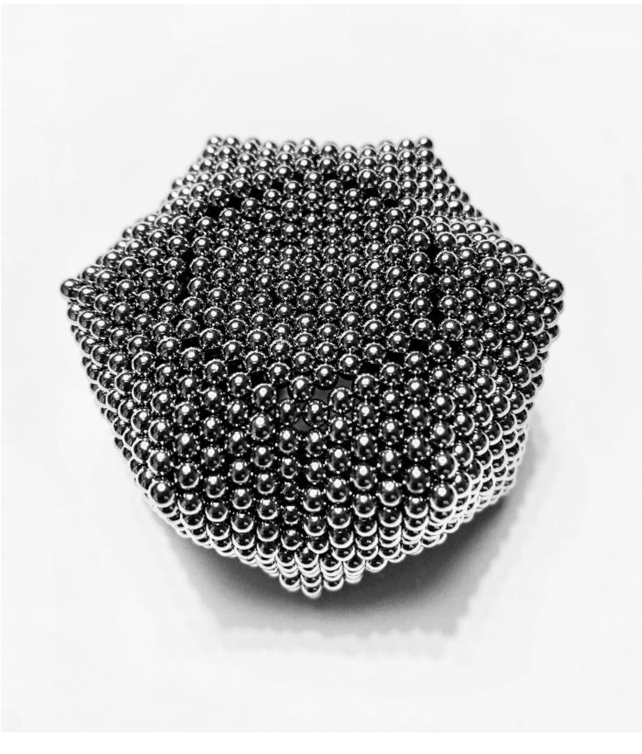

Рис. 7. Шестиугольная антипризма из 5-угольных пирамидок

Заключение

Итак, мы синтезировали геометрические объекты, построенные из притягивающихся к друг другу кольцевых цепочек магнитных шариков, каждая последующая цепочка содержала шариков больше на величину разности арифметической прогрессии. Полученные полые пирамидки мы затем объединяли в объёмные тела, близкие по форме к Платоновым, но состоящие не из правильных многоугольников, а из искривлённых поверхностей (на которых размещаются центры магнитных сфер). Для разности 5 получено подобие икосаэдра из 12-ти пятиугольных пирамидок, для разности 4 – подобие октаэдра из 6-ти четырёхугольных пирамидок, для разности 3 – подобие тетраэдра из 4-х треугольных пирамидок.

Удивительно, но для разности 2 получено тело типа «Триаэдр» из 3-х двухугольных пирамидок, а для разности 1 – тело типа «Дуаэдр» из 2-х одноугольных пирамидок. Для общности построены пирамидки с разностью 0, которые являются просто трубками и не создают тел при попытке склеивания.

В живой и неживой природе такие простейшие принципы построения тел, скорее всего, должны встречаться. Что-то близкое к геометрическим основам мироздания...

А вот живой пример из монографии Бессалова А.В. «ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ В ФОРМЕ ЭДВАРДСА И КРИПТОГРАФИЯ» [1, с.11]:

«Построим пирамиду из шаров (например, бильярдных), в вершине которой лежит один шар, под которым в квадрат уложены 2^2 шара, последние опираются на квадрат из 3^2 шаров и т.д. Если x – число этажей такой пирамиды, то суммарное число шаров равно

$$S(x) = 1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + x^2 = \frac{1}{3}x(x+1)(x+\frac{1}{2}).$$

В задаче пирамиды из шаров требуется найти число этажей x, при котором все шары пирамиды укладываются в квадрат со стороной y, т.е. $S(x) = y^2$ или

$$y^2 = \frac{1}{3}x(x+1)(x+\frac{1}{2}).$$

Это уравнение является частным примером неприведённой формы эллиптической кривой, если допустить, что x является элементом некоторого поля.»

И далее, после ряда выкладок:

«Пример «пирамида из шаров» полезен в нашем исследовании: он, как и предыдущий пример, приводит к вырожденной паре кривых кручения Эдвардса».

Вот так непросто пирамидки из шариков пересекаются с современной криптографией! В частности, эллиптические кривые кручения Эдвардса являются основой нового украинского стандарта шифрования [2].

Литература

1. Бессалов А.В. Эллиптические кривые в форме Эдвардса и криптография: монография. – Киев: ІВЦ «Видавництво «Політехника»», 2017. 272 с.
2. ДСТУ 9041:2020. Інформаційні технології. Криптографічний захист інформації. Алгоритм шифрування коротких повідомлень, що ґрунтується на скручених еліптичних кривих Едвардса.