

Технічні науки

УДК 519.87:004

Наконечная Оксана Андреевна

кандидат технических наук

Житомирский государственный университет имени Ивана Франко

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КАНАЛОВ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

***Аннотация.** Построение и численная реализация математических моделей динамики первичных преобразователей сигналов АЭ на основе методов идентификации с использованием экспериментальных данных.*

***Ключевые слова:** восстановление сигнала, акустическая эмиссия, интегральная динамическая модель, методы идентификации параметров среды.*

Идентификация тракта передачи сигнала. Одной из задач при оценке и классификации сигналов АЭ является задача восстановления сигнала АЭ [0], принятого датчиком на некотором расстоянии от места его возникновения. Под трактом прохождения сигнала АЭ понимается кратчайшее расстояние от места возникновения сигнала АЭ до места установки датчика, который этот сигнал принял.

Для решения задачи восстановления сигнала необходимо получить модель среды, т.е. идентифицировать тракт прохождения сигналов АЭ в среде. Для решения задачи идентификации необходимо располагать входными и выходными сигналами тракта [2; 3]. Выходным сигналом тракта можно считать сигнал на выходе датчика АЭ, который регистрируется (с экрана осциллографа, в аналого-цифровом преобразователе и т.п.), а входным сигналом является неизвестный истинный сигнал АЭ.

При идентификации тракта прохождения сигналов АЭ можно воспользоваться способом двух датчиков. При этом сигнал на выходе одного из датчиков принимается за входной сигнал тракта, а сигнал на выходе второго датчика принимается за выходной сигнал тракта. Идентификация тракта может проводиться как во временной, так и в частотной областях. В зависимости от этого изменяется структура модели, параметры которой идентифицируются, а также структура алгоритма идентификации.

При применении для регистрации сигналов АЭ резонансных датчиков задача идентификации тракта во временной области, сводится к идентификации тракта при прохождении сигнала некоторой частоты ω – резонансной частоты датчика. В этом случае модель тракта может иметь вид

$$A_2 = A_1 \varepsilon^{-\alpha \rho} \left[\sigma \sin(\omega \tau + \varphi_0 + \beta_\rho) \right] \quad (1)$$

где A_1, A_2 – сигналы, снимаемые соответственно с первого и со второго датчика, фаза $\varphi_{(r)} = \varphi_0 + b_r$ зависит от задержки сигнала b_r при прохождении тракта и начальной фазы сигнала φ_0 (при методе двух датчиков φ_0 принимается равным фазе сигнала на первом датчике), r – расстояние между датчиками. Конкретные цели создания системы идентификации накладывают определенные требования на функциональный состав данной системы [4]. Возможны три различных варианта применения.

Первый вариант. Использование системы в условиях крупносерийного поточного производства для идентификации параметров среды. Предполагается, что исследуемые образцы мало отличаются друг от друга и поэтому возможно провести идентификацию на одном из образцов и затем применять полученные результаты для восстановления сигналов на всех остальных объектах данной серии. В этом случае на выходе системы идентификации выдаются оценки \hat{a} и \hat{b} параметров a и b , которые в

дальнейшем используются для восстановления сигналов АЭ в процессе акустико-эмиссионной диагностики изделий.

Второй вариант. Использование системы в тех же, что и в предыдущем случае условиях производства совместно с аппаратурой регистрации диагностических сигналов АЭ и вычисления координат дефектов. Во втором варианте вычисленные оценки \hat{a} и \hat{b} поступают в дополнительный блок, в котором проводится восстановление диагностического сигнала с учетом вычисленных координат источника сигналов АЭ. В этом случае оценки \hat{a} и \hat{b} определяются для каждого нового исследуемого образца и уточняются с каждым новым измерением сигнала. Таким образом, достигается адаптивность систем к различным свойствам исследуемых образцов.

Третий вариант. Лабораторная система идентификации. Лабораторная система требует не только решения задач идентификации и восстановления, но также и сравнения восстанавливаемого сигнала и реального сигнала поступающего с датчика и проведения статистической обработки информации с целью определения погрешности восстановления сигнала. В этом случае система имеет самую широкую функциональную наполненность. В дальнейшем под системой идентификации будет подразумеваться лабораторная система идентификации, которая состоит из следующих блоков: регистрации информации; идентификации; восстановления; сравнения; статистической обработки; вывода информации.

В блоке регистрации информации происходит регистрация сигналов, поступающих от датчиков. При этом сигналы, поступающие от одного датчика, считаются входными сигналами тракта, сигналы второго датчика – выходными [5].

В блоке идентификации составляются уравнения вида (1) для

различных значений A_1, A_2, r, φ_0 и находятся оценки \hat{a} и \hat{b} параметров a и b модели. Оценивание параметров может производиться любыми из известных методов, например, по методу наименьших квадратов [6].

В блоке восстановления производится восстановление сигнала при известных $A_2, r, \varphi(r)$ для найденных оценок \hat{a} и \hat{b} при этом A_1 и φ_0 определяются из равенства

$$A_2 = A_1 e^{-\hat{a}r} \left[\sin(\omega t + \varphi_0 + \hat{b}_r) \right].$$

При проведении эксперимента по идентификации тракта прохождения сигнала АЭ датчики располагаются в различных точках поверхности исследуемого образца, меняется расстояние между датчиками. Благодаря таким образом проведенному статистическому накоплению информации удастся избежать влияния неоднородностей образца на точность определения параметров модели (1).

С целью обработки статистической информации и уточнения оценок \hat{a} и \hat{b} в систему вводятся блоки сравнения и статистической обработки. В блок сравнения поступают восстановленные сигналы с блока восстановления и сигналы с блока регистрации соответствующие одним и тем же значениям A_2 и r и вычисляются функции потерь

$$l_A = (A_{1b} - A_{1g})^2, l_\varphi = (\varphi_{0b} - \varphi_{0g})^2,$$

где A_{1b} и φ_{0b} – восстановленные значения амплитуды и фазы соответственно сигнала, поступающего из блока восстановления и A_{1g}, φ_{0g} – реальные значения, снимаемые с датчиков.

По результатам всех измерений в блоке статистической обработки производятся вычисления средних потерь восстановления амплитуды и фазы сигнала как математическое ожидание функций потерь l_A и l_φ :

$$\bar{r}_A = M \{l_A\}, \bar{r}_\varphi = M \{l_\varphi\},$$

и, в зависимости от полученных значений \bar{r}_A и \bar{r}_φ , блок вывода результата идентификации выдает либо команду системе продолжать процесс идентификации (в случае если средние потери идентификации превышают необходимые), либо полученные результаты оценок \hat{a} и \hat{b} (в случае, если результаты восстановления оказываются удовлетворительными) [7].

Восстановление сигнала произвольной формы может проводиться в частотной области. Для этого сигналы $f_1(t)$ и $f_2(t)$, поступающие из блока регистрации от первого и второго датчика соответственно, в дискретной форме $f_1(nd)$ и $f_2(nd)$, где $n = \overline{0, N-1}$, $f_1 = t_1 - t_0/N$, t_0 – начальное время регистрации сигнала, t_1 – конечное время регистрации, N – количество дискрет по времени, d – шаг дискретизации, подвергаются обработке в блоке вычисления спектра сигнала путем применения к сигналу прямого дискретного преобразования Фурье (ДПФ)

$$F_\varphi(k\delta) = \sum_{n=0}^{N-1} f_p(nd) \exp(-idk_n), \quad p=1,2; \quad k = \overline{0, N-1},$$

где δ – шаг дискретизации по частоте, $F_p(k\delta)$ – дискретные значения спектра сигнала (гармоники) и $\delta n = 2\pi/N$.

Каждая гармоника из блока вычисления спектра поступает на свой блок идентификации, где составляются уравнения вида:

$$|F_2(k\delta)| = |F_1(k\delta)| e^{-a_k r} [\sin(\omega_k t - \varphi_{0k} + b_k r)],$$

где $\omega_k = k\delta$ – частота k -й гармоники сигнала, $F_1(k\delta)$, $F_2(k\delta)$ – амплитуда k -й гармоники сигнала на первом и втором датчиках соответственно. Затем, аналогично тому, как это делалось для сигнала, снимаемого с резонансного датчика, для каждой гармоники находятся оценки \hat{a} и \hat{b} параметров a_k и b_k , $k = \overline{1, N-1}$, восстанавливаются амплитуды и фазы $F_1(k\delta)$, φ_{0k} , производится сравнение и статистическая обработка полученных результатов. Затем полученный восстановленный спектр сигнала

переводится обратно во временную область при помощи обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ):

$$f_1(nd) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_1(k\delta) \exp(ikn), n = \overline{0, N-1}.$$

Результаты лабораторных исследований являются основанием для применения данной модели тракта для восстановления сигнала акустической эмиссии в системе классификации акустических сигналов реального объекта [8-10].

Задача идентификации тракта и восстановления сигнала АЭ осложняется ввиду различного рода помех. В каждом конкретном случае требуется дополнительное исследование по анализу точности ее решения.

Идентификация характеристик первичного преобразователя. В качестве математической модели первичного преобразователя можно принять обыкновенное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами и соответствующими начальными условиями:

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i}{dt^i} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j}{dt^j} x(t), \quad n \geq m, \quad (2)$$
$$\frac{d^i}{dt^i} y(0) = 0, \quad i = 0..n-1, \quad a_0 = 1,$$

где $x(t)$ – входной, $y(t)$ – выходной сигналы, t – время, a_i, b_j – постоянные коэффициенты, которые являются параметрами математической модели датчика. По известным параметрам a_i, b_j можно произвести качественную и количественную оценку свойств датчика.

Для адекватного моделирования динамической системы необходимо знание параметров $a_i (i = 1..n), b_j (j = 1..m)$ ее математической модели (2).

Для модели акустического датчика в виде

$$y_n = 2\gamma \cos \beta y_{n-1} - \gamma^2 y_{n-2} + A \left(\frac{h}{T_g} \cos \varphi + h \omega \sin \varphi \right) x_n + \left(h \omega \sin(\beta - \varphi) - \frac{h}{T_g} \cos(\beta - \varphi) - \alpha \cos \beta \right) \gamma x_{n-1} + \alpha \gamma^2 x_{n-2}, \quad (3)$$

где $y_i = y(ih)$, $x_i = x(ih)$, параметры a_i , b_j однозначно определяют характеристики колебательной системы A , $T_{g,1}$, ω , φ . Для определения значений параметров воспользуемся одним из методов идентификации.

Методы идентификации характеристик датчиков можно разделить на три группы: временные, частотные и статистические. Использование методов двух последних групп, как правило, требует использования дорогостоящей прецизионной аппаратуры и продолжительного времени проведения эксперимента (например, для сбора необходимых статистических данных). Во многих практических случаях для оценки динамических характеристик датчиков оказывается вполне достаточно зарегистрировать одну реализацию реакции датчика на широкополосной входной сигнал, например, прямоугольный импульс.

Определение параметров весовой функции элемента системы, обычно осуществляют путем решения задачи интерпретации кривых переходных процессов, вызванных детерминированными входными тестовыми сигналами.

Чрезвычайно важной является задача оценки параметров передаточной функции при построении корректирующих устройств, для компенсации искажений, вносимых измерительными преобразователями (датчиками). Довольно часто может возникать необходимость в повторной идентификации датчика в связи с его старением или изменением условий эксплуатации. Это обстоятельство обуславливает целесообразность построения соответствующих программ для идентификации характеристик первичных преобразователей.

Для однозначного определения линейного стационарного объекта необходимо знать конкретные величины параметров его математической модели a_i, b_j для случая дробно-рациональной передаточной функции вида

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j p^j}{\sum_{i=0}^n a_i p^i}, \quad n \geq m. \quad (4)$$

Параметры $a_i, b_j (i=0..n, j=0..m)$ определяются путем анализа отклика системы $y(t)$ на детерминированное входное воздействие $x(t)$.

Экспериментально можно зафиксировать сигналы $x(t)$ и $y(t)$ в $n+m+1$ различных моментов времени, что позволяет сформировать систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных параметров a_i, b_j :

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i}{dt^i} y(t_k) - \sum_{j=0}^m b_j \frac{d^j}{dt^j} x(t_k) = 0, \quad k=1, \dots, n+m+1, \quad a_0 = 1, \quad n \geq m. \quad (5)$$

Для формирования СЛАУ (5) по экспериментальным данным $x(t_k), y(t_k)$ необходимо численно определять производные высших порядков. Известные алгоритмы характеризуются большим числом операций и невысокой точностью, что практически исключает возможность прямого использования (5) для идентификации.

Более эффективные алгоритмы идентификации можно получить, используя в области оригиналов эквивалентные математические модели в виде интегральных уравнений, в частности, в свертках со степенными рядами

$$a_n y(t) + \sum_{i=1}^n \frac{a_{n-i}}{(i-1)!} \int_0^t (t-s)^{i-1} y(s) ds = b_n x(t) + \sum_{j=1}^m \frac{b_{n-j}}{(j-1)!} \int_0^t (t-s)^{j-1} x(s) ds, \quad (6)$$

$$a_0 = 1, \quad b_j = 0, \quad \text{при } j > m.$$

Экспериментально зафиксировав не менее $k=1, \dots, n+m+1$ значений

входного $x(t_k)$ и выходного $y(t_k)$ сигналов в различные моменты времени получаем СЛАУ относительно неизвестных параметров a_i, b_j :

$$a_n y(t_k) + \sum_{i=1}^n \frac{a_{n-i}}{(i-1)!} \int_0^{t_k} (t_k - s)^{i-1} y(s) ds - b_n x(t_k) - \sum_{j=1}^n \frac{b_{n-j}}{(j-1)!} \int_0^{t_k} (t_k - s)^{j-1} x(s) ds = 0 \quad (7)$$

$$a_0 = 1, b_j = 0 \text{ при } j > m, n \geq m; k = 1, \dots, n + m + 1.$$

В случае переменного шага дискретизации времени для вычисления свертки можно воспользоваться свойством разделяемости степенного разностного ядра, осуществляя разделение свертки на простые интегралы по одной переменной интегрирования путем представления степенного разностного ядра в виде биномиального многочлена.

С точки зрения экономической реализации целесообразно вычислять эквивалентные свертке кратные интегралы:

$$\int_0^t \dots \int_0^t b(t) dt^n = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t (t-s)^{n-1} b(s) ds. \quad (8)$$

Тогда (7) запишется в виде:

$$a_n y(t_k) + \sum_{i=1}^n a_{n-i} \int_0^{t_k} \dots \int_0^{t_k} y(s) ds^n - b_n x(t_k) - \sum_{j=1}^m b_{n-j} \int_0^{t_k} \dots \int_0^{t_k} x(s) ds^n = 0, \quad (9)$$

$$a_0 = 1, b_j = 0 \text{ при } j > m, n \geq m; k = 1, \dots, n + m + 1.$$

Одним из существенных достоинств интегральных методов идентификации является получение искоемых параметров в явном виде, удобном для количественного анализа. Кроме того, найденные параметры инвариантны относительно шага дискретизаций. Важным достоинством интегральных методов является их высокая устойчивость, обусловленная усреднением (сглаживанием) высокочастотных помех при вычислении кратных интегралов [11].

Интегральный метод идентификации дает возможность получить коэффициенты дробно-рациональной передаточной функции (4)

динамической системы, которые используются для анализа динамики исследуемых процессов. Разложение передаточной функции (4) на элементарные дроби позволяет легко переходить от изображений к оригиналам

$$W(p) = k_1 + (1 - k_1) \left(\sum_{g=1}^r \sum_{\alpha=1}^{\mu_g} \frac{k_{g,\alpha}}{(T_g p + 1)^\alpha} + \sum_{v=1}^u \frac{pk_{v,1} + k_{v,0}}{(T_{v,2} p^2 + T_{v,1} p + 1)} \right), \quad (10)$$

где $k_1, k_{g,\alpha}, k_{v,1}, k_{v,0}$ – вещественные коэффициенты; T_g – постоянные времени инерционных звеньев, $\sqrt{T_{v,2}}$ – периоды колебаний, $T_{v,1}$ – постоянные времени затухания колебательных звеньев ($T_g, T_{v,1}, T_{v,2}$ определяются корнями полинома знаменателя дробно-рациональной передаточной функции); r – число простых корней полинома; μ_g – кратность g -го корня, u – число комплексно-сопряженных корней полинома.

Разложение дробно-рациональной передаточной функции на простые дроби можно осуществить, например, воспользовавшись методом неопределенных коэффициентов [12]. После разложения получим передаточную функцию в форме простых дробей вида (10), причем коэффициенты дробей, определяющие характеристики отдельных звеньев модели динамической системы, определяются найденными в процессе идентификации коэффициентами a_i, b_j дробно-рациональной передаточной функции (4).

Рассмотрим пример решения задачи идентификации датчика с передаточной функцией 4-го порядка. Эксперименты проводились средствами MATLAB [13] посредством разработанных программных средств с моделью, представленной уравнением

$$y^{(4)} - 2.5y^{(3)} + y^{(2)} + 10y^{(1)} + 0.5y = \frac{1201}{2} \sin(5t) + \frac{725}{2} \cos(5t);$$

вектор начальных условий: $[0; 5; 0; -125]$; точное решение: $\sin(5t)$;

коэффициенты: $\bar{q}_0 = 0.5$, $\bar{q}_1 = 10$, $\bar{q}_2 = 1$, $\bar{q}_3 = -2.5$, $\bar{q}_4 = 1$.

Один из вариантов входного сигнала представлен на рис. 1.

График выходного сигнала приведен на рис. 2.

Получены следующие значения восстановленных коэффициентов:
 $q_0 = 0.495$, $q_1 = 9.991$, $q_2 = 1.045$, $q_3 = -2.490$, $q_4 = 1.049$.

График ошибки выходного сигнала приведен на рис. 3.

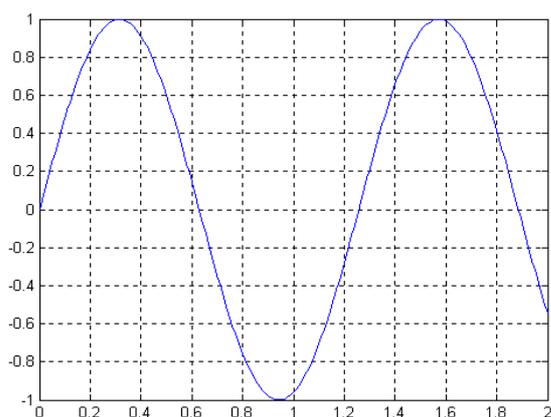


Рис. 1. Входной сигнал с помехой 1%

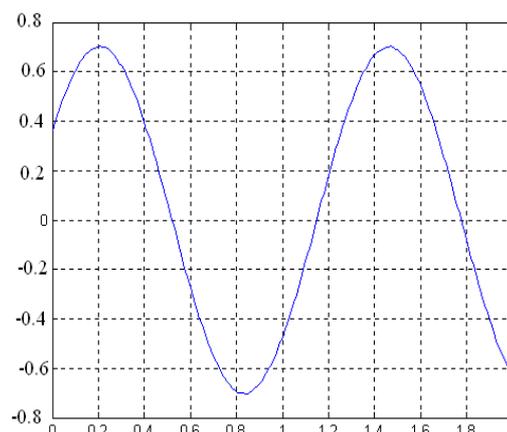


Рис. 2. Выходной сигнал

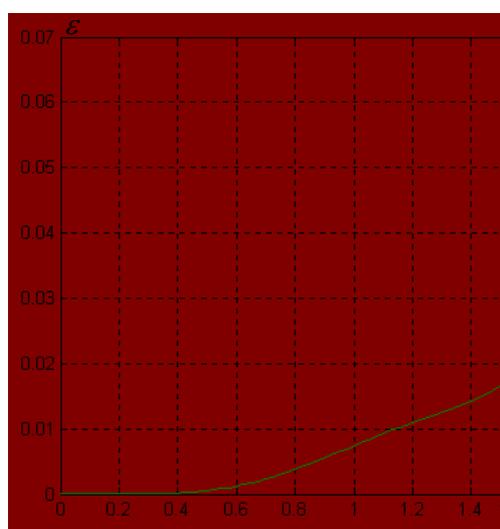


Рис. 3. График ошибки выходного сигнала

Среднеквадратичная ошибка на рассматриваемом интервале составила: 1.6629×10^{-3} . Полученные показатели точности решения имеют тот же порядок или превышают результаты, получаемые стандартными средствами MATLAB.

С целью проверки работоспособности и эффективности данной

методики и разработанного комплекса программ рассмотрим ряд модельных примеров. Считаем, что входной и выходной сигналы заданы аналитически и, кроме этого, известны начальные условия и порядок модели. Исходные данные приведены в таблице 1а. Результаты расчета параметров для этих примеров и их точные значения даны в таблице 1б. Относительная погрешность расчета параметров не превышает $\pm 0,775\%$.

Таблица 1а

Исходные данные

m	$F(t)$	$y(t)$	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
1	$6 \sin t + \cos t$	$\sin t$	0	-	-	-	-	-
2	$3 \sin t + 2 \cos t$	$\sin t$	0	1	-	-	-	-
3	$e^{-t} \cos t(10t - 11) + e^{-t} \sin t(9t - 2)$	$te^{-t} \cos t$	0	1	-2	-	-	-
4	$120(t^5 + t^4 + t^3 + t^2 + t)$	t^5	0	0	0	0	-	-
5	$720(t^6 + t^5 + t^4 + t^3 + t^2 + t)$	t^6	0	0	0	0	0	-
6	$5040(t^7 + t^6 + t^5 + t^4 + t^3 + t^2 + t)$	t^7	0	0	0	0	0	0

Таблица 1б

Результаты расчета параметров

m	N	h	q_1	\tilde{q}_1	q_2	\tilde{q}_2	q_3	\tilde{q}_3	q_4	q_5	\tilde{q}_5	q_6	\tilde{q}_6	$\delta = \max \frac{ q_i - \tilde{q}_i }{ q_i }$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	10	0,1	6	5,99827	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,02
2	10	0,1	2	2,015	4	3,969	-	-	-	-	-	-	-	0,775
2	100	0,01	2	2,00015	4	3,99967	-	-	-	-	-	-	-	0,008
2	250	0,01	2	2,000069	4	3,999976	-	-	-	-	-	-	-	0,0034
2	1000	0,001	2	2,000002	4	3,99999	-	-	-	-	-	-	-	0,0001
3	100	0,1	4	4,00319	-3	-2,9935	5,015	-	-	-	-	-	-	0,3
3	250	0,01	4	4,000099	-3	-3,000042	-	-	-	-	-	-	-	0,0014
4	200	0,005	2	1,9991	6	6,010824	23,948	120	120,09	-	-	-	-	0,075
5	400	0,005	2	1,9999	6	6,01424	23,908	120	120,295	720	719,613	-	-	0,05375
6	600	0,005	2	1,9999	6	6,00224	23,9505	120,61	120,61	720	715,76	5040	5052,80	0,2539

Модельные примеры решались с учетом случайных погрешностей в исходных данных с нормальным законом распределения, среднеквадратическое значение которой составляет δ процентов от амплитудных значений входного $f(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов. Результаты счета одного из таких примеров (см. табл. 3.2б, $h=0,1$, $m=2$) на интервале $[0,1]$ приведены в таблице 1в. Относительная погрешность для данного примера не превышает $\pm 0.05\%$.

Таблица 1в

Результаты счета ($h=0,1$, $m=2$) на интервале $[0,1]$

Коэффициенты	q_1	2,00015	2,00146	2,00312	2,0174	2,097
	q_2	3,99968	3,9948	3,9886	3,9724	3,8812

Из результатов можно заключить, что рассмотренный алгоритм является достаточно эффективными в смысле точности и устойчивости к погрешностям экспериментальных данных, а во-вторых, эти результаты хорошо подтверждают теоретические выводы.

Литература

1. Муравьев В. В. Акустико-эмиссионный контроль литых деталей тележек грузовых вагонов / В. В. Муравьев, А. Н. Серьезнов, Л. Н. Степанова // В мире неразрушающего контроля. 2000. № 2. С. 44–45.
2. Диагностика объектов транспорта методом акустической эмиссии / А. Н. Серьезнов, Л. Н. Степанова, В. В. Муравьев [и др.] ; под ред. Л. Н. Степановой, В. В. Муравьева. М. : Машиностроение: Машиностроение-Полет, 2004. 368 с.
3. Acoustic emission characteristics and failure of uniaxially stressed granitic rocks: the effect of rock fabric / Prikryl R., Lokajicek T., Li C., Rudajev V. // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2003. V. 36. № 4. P. 255–270.

4. Unander T. E. Acoustic emission measurements in petroleum-related rock mechanics : Dr.-Ing. Thesis / T. E. Unander. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2002. V. 22. № 4. P. 185–191.
5. Денисов Ф. П. Особенности регистрации акустической эмиссии в процессе неразрушающего контроля металлических конструкций / Ф. П. Денисов, С. И. Ильин, А. П. Прунцев // Транспорт: наука, техника, управление. 1996. № 3. С. 37–38.
6. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоусон, Р. Хэнсон; пер. с англ. М. : Наука, 1986. 232 с.
7. Экспериментальное установление связи спектра сигнала АЭ с длиной усталостной трещины в стальных образцах / А. Н. Серьезнов, В. В. Муравьев, Л. Н. Степанова [и др.] // Дефектоскопия. 1999. № 2. С. 73–78.
8. Петерсен Т. Б. Разработка и использование автоматической системы классификации для идентификации сигналов акустической эмиссии / Т. Б. Петерсен // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. 1993. № 3. С. 3–9.
9. Филоненко С. Ф. Акустическая эмиссия. Измерение, контроль, диагностика / С. Ф. Филоненко. К. : КМУГА, 1999. 312 с.
10. Старков В. Н. Операционное исчисление и его применения : учебное пособие / В. Н. Старков. СПб., 2000. 65 с.
11. Сытник А. А. Интегральная динамическая модель датчика сигналов акустической эмиссии / А. А. Сытник, О. А. Наконечная // Вісник ЧДТУ : наук.-техн. журнал. Черкаси : Вид-во ЧДТУ, 2009. № 1. С. 47–49.
12. Буйло С. И. Использование статистических моделей для количественной оценки искажения амплитудных распределений сигналов акустической эмиссии и повышения достоверности

результатов АЭ метода / С. И. Буйло // Дефектоскопия. 1996. № 5.
С. 26–34.

13. Іглін С. П. Теорія ймовірностей та математична статистика на базі
MATLAB : навч. посіб. / С. П. Іглін. Харків : НТУ «ХП», 2006. 612 с.