Экономические науки

УДК 330.47

Симоненко Елена Ивановна

кандидат экономических наук, доцент,

доцент кафедры «Статистики и экономического анализа»

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Рыбак Юлия Александровна

студентка

Национального университета биоресурсов и природопользования Украины

ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УРОЖАЙНОСТИ ЛЬНА

***Аннотация.** В статье рассматривается проблема построения динамической эконометрической модели валового сбора льна с возможностью использования для определения параметров метод наименьших квадратов. Одним из необходимых условий его использования есть отсутствие автокорреляции остатков в эконометрической модели динамики. В статье проверяется наличие автокорреляции остатков на основе метода Дарбина-Уотсона.*

***Ключевые слова:** урожайность, временной ряд, эконометрическая модель, метод наименьших квадратов, автокорреляция.*

При построении эконометрических моделей на основе экономической информации часто встречаются такие случаи, когда дисперсия остатков является постоянной, но наблюдается их ковариация, то есть возникает автокорреляция остатков. Автокорреляция остатков возникает чаще тогда, когда эконометрическая модель строится на основе временных рядов.

Для проверки наличия автокорреляции остатков можно применить следующие методы исследования: критерии Дарбина-Уотсона и фон Неймана, нециклические и циклический коэффициенты автокорреляции.

С помощью двух взаимосвязанных временных рядов о валовой сбор и урожайность построили эконометрическую модель, характеризующая зависимость валового сбора от урожайности льна за период 2010-2019рр. (Табл.1).

Таблица 1

Входные и расчетные данные для построения критерия Дарбина – Уотсона

Год	Валовой сбор, тыс. т.у	Урожайность, ц с 1 га X	$Y_t(\text{расч})$	u_t	u_t	u_t-u_{t-1}	$(u_t-u_{t-1})^2$	$u_t u_{t-1}$
2010	8,3	4,2	2,1171	6,1829	38,2287	-	-	-
2011	12,7	5,4	2,5232	10,177	103,5679	3,994	15,9512	62,9227
2012	0,4	4	2,0494	-1,6494	2,7205	-11,826	139,8593	-16,7855
2013	0,8	5,9	2,6924	-1,8924	3,5811	-0,2430	0,0590	3,1213
2014	1,8	8,6	3,6061	-1,8061	3,2621	0,0863	0,0074	3,4179
2015	1,1	7,3	3,1662	-2,0662	4,2691	-0,2601	0,0676	3,7317
2016	1,1	7,3	3,1662	-2,0662	4,2691	0,0000	0,0000	4,2691
2017	0,9	6,3	2,8277	-1,9277	3,7162	0,1384	0,0192	3,9831
2018	1,2	8,9	3,7076	-2,5076	6,2883	-0,5799	0,3363	4,8341
2019	1,3	9	3,7415	-2,4415	5,9608	0,0662	0,0044	6,1224
Σ	29,6	66,9	29,5973	0,0027	175,8636	-8,6244	156,3044	75,6167

1. Идентифицируем переменные модели:

u_t – валовой сбор за период t, (зависимая переменная);

x_t – урожайность за период t, (независимая переменная);

Далее: $Y_t = f(x_t, u_t)$, где u_t – стохастическая составляющая.

2. Специфицируем эконометрическую модель в линейной форме и она будет иметь вид:

$$Y_t = a_0 + a_1 x_t + u_t$$

$$\hat{Y}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 * x_t$$

$$u = Y_t - \hat{Y}_t$$

где u — скаляр, y — вектор эндогенной переменной, x — матрица экзогенных переменных.

3. Определим оценки параметров модели $\hat{a}_0$ та $\hat{a}_1$ по методу наименьших квадратов, предполагая что остатки u_t не коррелированы и используем оператор оценивания параметров модели МНК:

$$\hat{A} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 4,2 \\ 1 & 5,4 \\ 1 & 4,0 \\ 1 & 5,9 \\ 1 & 8,6 \\ 1 & 7,3 \\ 1 & 7,3 \\ 1 & 6,3 \\ 1 & 8,9 \\ 1 & 9,0 \end{pmatrix}$$

$$X' = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4,2 & 5,4 & 4,0 & 5,9 & 8,6 & 7,3 & 7,3 & 6,3 & 8,9 & 9,0 \end{vmatrix}$$

Согласно с оператором оценивания найдем значения:

$$(X'X) = \begin{pmatrix} 10 & 66,9 \\ 66,9 & 794,1 \end{pmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,229152 & -0,01931 \\ -0,01931 & 0,002886 \end{pmatrix}$$

$$X'Y = \begin{pmatrix} 29,6 \\ 315,3 \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} = (X'X)^{-1}X'Y = \begin{pmatrix} 0,229152 & -0,01931 \\ -0,01931 & 0,002886 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 29,6 \\ 315,3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,695695 \\ 0,338421 \end{pmatrix}$$

$$\hat{a}_0 = 0,695695 \quad \hat{a}_1 = 0,338421$$

Итак, эконометрическая модель имеет вид: $\hat{Y}_t = 0,695695 + 0,338421 * x_t$.

Найдем оценку критерия Дарбина-Уотсона для определения автокорреляции остатков модели:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (u_t - u_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n u_t^2} = \frac{156,3044}{175,8636} = 0,888782$$

При уровне значимости $\alpha = 0,05$ и 10 единиц наблюдений и числа независимых переменных $m = 1$ табличные значения критерия следующие: $DW_1 = 0,879$ — нижняя граница; $DW_2 = 1,320$ — верхняя граница.

Поскольку критерий $DW_{\text{факт}} < DW_1$, тогда можно утверждать, что остатки u_t имеют положительную автокорреляцию.

Проверим остатки на наличие автокорреляции с помощью критерия фон Неймана:

$$Q = \frac{10}{10-1} DW = 0,987536 \quad Q_{\text{табл}} = 1,18$$

Поскольку $Q_{\text{факт}} < Q_{\text{табл}}$ тогда существует положительная автокорреляция остатков.

Пусть остатки описываются автокорреляционной моделью первой степени

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t,$$
$$\rho \approx r = \frac{n}{n-1} \frac{\sum_{t=2}^n u_t u_{t-1}}{\sum_{t=1}^n u_t^2} + \frac{m+1}{n} = \frac{10}{9} * \frac{75,61765}{175,8636} + \frac{2}{10} = 0,68$$

Тогда матрица S будет иметь вид:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 & 0,214 & 0,145 & 0,099 & 0,067 & 0,046 & 0,031 \\ 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 & 0,214 & 0,145 & 0,099 & 0,067 & 0,046 \\ 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 & 0,214 & 0,145 & 0,099 & 0,067 \\ 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 & 0,214 & 0,145 & 0,099 \\ 0,214 & 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 & 0,214 & 0,145 \\ 0,145 & 0,214 & 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 & 0,214 \\ 0,099 & 0,145 & 0,214 & 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 & 0,314 \\ 0,067 & 0,099 & 0,145 & 0,214 & 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 & 0,462 \\ 0,046 & 0,067 & 0,099 & 0,145 & 0,214 & 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 & 0,68 \\ 0,031 & 0,046 & 0,067 & 0,099 & 0,145 & 0,214 & 0,314 & 0,462 & 0,68 & 1 \end{pmatrix}$$

Применяя метод Эйткена, оцениваем параметры эконометрической модели с автокоррелируемыми остатками:

$$\hat{A} = (X'S^{-1}X)^{-1}X'S^{-1}Y$$

$$(X'S^{-1}) = \begin{pmatrix} 0,59 & 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,59 \\ 0,97 & 4,33 & 3,42 & 0,12 & 9,5167 & 8,7 & -0,27 & 2,68 & 3,36 & 4,88 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 & 12,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,72 & 4,88 & 5,48 \\ 18,09 & 161,07 & \end{pmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1,4621 & -0,1642 \\ -0,1642 & 0,0246 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 9,5167 \\ 86,418 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2743 \\ 0,5673 \end{pmatrix}$$

Итак, динамическая эконометрическая модель урожайности льна описывается уравнением: $\hat{Y}_t = -0,2743 + 0,5673 * x_t$. Исследуем построенную модель на наличие автокорреляции (табл.2).

Вычислим критерий Дарбина - Уотсона и фон Неймана:

$$DW = \frac{148,478}{198,4563} = 0,7482$$

$DW_{\text{факт}} < DW_1$, следовательно от автокорреляции остатков мы не освободились. Итак, автокорреляция остатков может быть вызвана несколькими причинами, имеют разную природу. Во-первых, иногда она связана с исходными данными и вызвана наличием ошибок измерения в значениях результативного признака. Во-вторых, в ряде случаев причину автокорреляции остатков следует искать в спецификации модели.

Таблиця 2

Входные и расчетные данные для построения критерия Дарбина - Уотсона

Года	Y_t	X	$\hat{Y}_t^*$	v_t	v_t^2	$v_t - v_{t-1}$	$(v_t - v_{t-1})^2$	$v_t v_{t-1}$
2010	8,3	4,2	2,1084	6,1916	38,3364	-	-	-
2011	12,7	5,4	2,7891	9,9109	98,2255	3,7193	13,8332	61,3643
2012	0,4	4	1,9949	-1,5949	2,5437	-11,506	132,383	-15,807
2013	0,8	5,9	3,0728	-2,2728	5,1655	-0,6779	0,45955	3,62489
2014	1,8	8,6	4,6045	-2,8045	7,8651	-0,5317	0,2827	6,37407
2015	1,1	7,3	3,867	-2,767	7,6562	0,0375	0,00141	7,76005
2016	1,1	7,3	3,867	-2,767	7,6562	0	0	7,65629
2017	0,9	6,3	3,2997	-2,3997	5,7585	0,3673	0,13491	6,63997
2018	1,2	8,9	4,7747	-3,5747	12,7783	-1,175	1,38063	8,57821
2019	1,3	9	4,8314	-3,5314	12,4708	0,0433	0,00187	12,6237
Всего					198,456		148,478	98,8146

Модель может не содержать факторы, вызывающие существенное влияние на результат, влияние которого отражается в остатках, в результате чего последние могут содержать автокорреляцию.

Литература

1. Лук'яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: підручник. К.:Товариство «Знання», КОО, 1998. 494 с.
2. Симоненко О. І. Конспект лекцій з Економетрики для студентів ОС "Бакалавр" за напрямом підготовки 6.030508 "Фінанси і кредит", 6.030509 «Облік і аудит», 6.030504 "Економіка підприємств". К.: КОМПРІНТ, 2016. 146 с.