

УДК 539.3

**Бессмертний Ярослав Олегович**

*аспірант кафедри будівельної механіки та опору матеріалів  
Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*

## **ПОВЕДІНКА ПОЛОГИХ ТОНКОСТІННИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ КОМБІНОВАНОМУ НАВАНТАЖЕННІ ТА НЕОДНОРІДНОМУ НАПРУЖЕНО–ДЕФОРМОВАНОМУ СТАНІ**

***Анотація.** Досліджена поведінка пологих тонкостінних конічних оболонок при дії комбінованого навантаження у вигляді рівномірно розподіленого нормального тиску та сконцентрованої у точці сили при неоднорідному напружено–деформованому стані (НДС). Характер комбінованого навантаження обумовлений експлуатаційними умовами пологих конічних оболонок, які широко розповсюджені у промисловості у якості накривок та кривель резервуарів, та полягає у моделюванні снігового покриву і дії ваги людини, яка змінює своє положення у просторі та знаходиться на поверхні оболонки. Моделювання поведінки оболонок проводилося у середовищі програмного комплексу ANSYS 14.5 у рамках статичного лінійного розрахунку стійкості (біфуркація) та геометрично нелінійного статичного розрахунку деформування оболонки, результати яких порівнюються з даними ДБН В.1.2–2:2006 «Навантаження та впливи».*

***Ключові слова:** неоднорідний напружено-деформований стан; комбіноване навантаження; рівномірно розподілений тиск; сконцентрована у точці сила; програмний комплекс ANSYS.*

**Аннотация.** Исследовано поведение пологих тонкостенных конических оболочек при действии комбинированной нагрузки в виде равномерно распределённого давления и сконцентрированной в точке силы при неоднородном напряженно-деформированном состоянии (НДС). Характер комбинированной нагрузки обусловлен эксплуатационными условиями пологих конических оболочек (которые широко распространены в промышленности в качестве крыши и покрытий резервуаров) и состоит в моделировании снежного покрова и действия веса человека, который может менять своё положение в пространстве и располагается на поверхности оболочки. Моделирование поведения оболочки проводилось в среде программного комплекса ANSYS 14.5 в рамках статического линейного расчёта устойчивости (бифуркация) и геометрически нелинейного расчёта деформирования оболочки, результаты которых сравниваются с данными из ДБН В.1.2-2:2006 «Нагрузки и воздействия».

**Ключевые слова:** неоднородное напряженно-деформированное состояние; комбинированная нагрузка; равномерно распределённое давление; сконцентрированная в точке сила; программный комплекс ANSYS.

**Summary.** This article is devoted to the study of behavior of shallow thin-walled conical shells under action of combined load of uniform normal pressure and concentrated force in case of non-homogeneous stress-strain state (SSS). The type of combined load on the shallow conical shells (that have widespread use as roofs and couvertures of reservoirs) represents conditions of exploitation and consists in simultaneous action of snow load and weight of human who may change its position in space and located on the surface of shell. The behavior of shell has been modelled using software ANSYS 14.5 either during linear static stability calculation (buckling) or geometrically non-linear calculation of deformation of shell.

**Key words:** *non-uniform stress-strain state; combined load; uniform pressure; concentrated force; software ANSYS.*

**Загальні положення.** Тонкостінні пологі конічні пружні замкнуті металеві оболонки здобули широке застосування в промисловому та цивільному будівництві, аерокосмічній, хімічній і нафтопереробній сфері, в якості деталей машин і механізмів. Часткове або повне порушення працездатності конструкцій даного типу може привести до значних проблем, тому слід проводити детальне дослідження поведінки конічних оболонок та сферичних сегментів при дії різних типів навантажень.

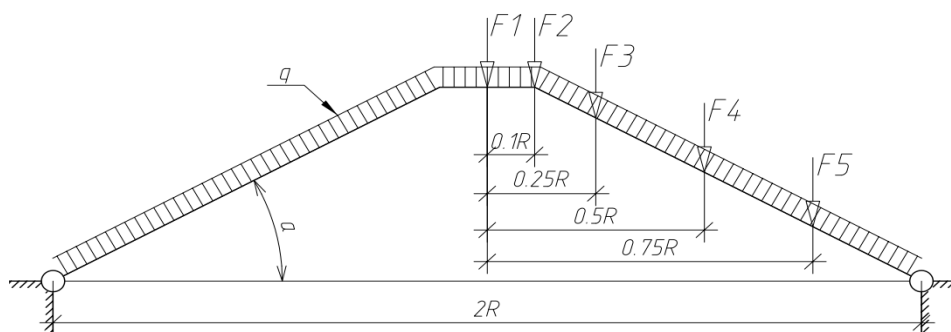
В рамках чисельного дослідження комбіноване навантаження на пологу тонкостінну оболонку буде представлено у вигляді взаємної дії двох складових – рівномірно розподіленого тиску певної величини та сконцентрованої у точці сили. Рівномірно розподілений тиск представляє собою дію атмосферних опадів, тоді як сконцентрована у точці сила відповідає дії ваги робітника.

**Метою даної роботи** є дослідження деформування та стійкості пологої конічної оболонки та сферичного сегменту при впливі комбінованого навантаження (рівномірно розподілений тиск та сконцентрована у точці сила), створення розрахункової схеми для аналізу напружено-деформованого стану пологої тонкостінної оболонки у середовищі ПК ANSYS.

**Постановка задачі.** Чисельний аналіз задачі стійкості пружних замкнутих пологих конічних оболонок проводився шляхом їх розрахунку в широкому діапазоні зміни геометрії у середовищі ПК ANSYS. Відношення радіусу основи оболонок до їх товщини складало  $R/h = 100 \div 500$ . Кут нахилу твірної конуса до площини його основи становив  $\alpha = 4$  та  $10^\circ$ , товщина оболонок  $h = 4$  мм. Матеріал оболонок – легована сталь (X18H9н, модуль Юнга  $E = 2 \times 10^5$  МПа; коефіцієнт Пуассона –  $\nu = 0.3$ ; умовна межа

текучості –  $\sigma_{02} = 800 \text{ МПа}$ ). Навантаження здійснювалося рівномірно розподіленим по всій поверхні конуса зовнішнім поперечним тиском ( $q$ ) та сконцентрованою у точці силою ( $F$ ). Граничні умови оболонок при виконанні розрахунку приймалися як шарнірно-нерухоме закріплення. Верхня частина оболонки усічена та має у своєму складі круглу горизонтальну пластину. Радіус верхньої пластини підібрано таким чином, щоб несуча здатність оболонки не відрізнялася від несучої здатності неусіченої пологої конічної оболонки на величину, більшу за 0.5%.

При комбінованому навантаженні задано п'ять точок прикладання сили до поверхні оболонки (рис.1):  $F_1$  – у вершині оболонки;  $F_2$  – на краю круглої пластини, яка знаходиться у верхній частині оболонки;  $F_3$  – на відстані в  $\frac{1}{4}$  радіусу від вершини оболонки;  $F_4$  – на відстані в  $\frac{1}{2}$  радіусу від вершини оболонки;  $F_5$  – на відстані в  $\frac{3}{4}$  від радіусу від вершини оболонки.



**Рис. 1. Розрахункова схема пологої конічної оболонки з комбінованим навантаженням – сила, сконцентрована у точці, та рівномірно розподілений тиск.  $F_1$ -5 – точки прикладання сили**

Слід зазначити, що, в залежності від кута  $\alpha$  і умов закріплення оболонки, можливі два механізми втрати стійкості, які відображаються двома розрахунковими моделями. Лінійна модель (біфуркація), що відображує зміну вихідного вісесиметричного деформування оболонки суміжними формами невісесиметричної рівноваги, і нелінійна модель, що

пов'язана з переходом оболонки до несуміжних форм рівноваги, які, згідно з традиційними поглядами на проблему, для пологої оболонки являють собою «виворотку».

Снігове навантаження пологої конічної оболонки в рамках чисельного дослідження представлено у вигляді нормального рівномірного тиску. Територія України розділена на 6 районів [1, с.22] в залежності від характеристичного значення ваги снігового покриву, яке змінюється від 0.8 до 1.8 *кПа*. В подальшому чисельному дослідженні поведінки оболонок при комбінованому навантаженні, значення рівномірного тиску, що діє на оболонку, буде прийнято рівним 1.8 *кПа* з відповідними коефіцієнтами надійності *C* [1, с.21]. Рівномірний нормальний тиск є першою вісесиметричною складовою комбінованого навантаження.

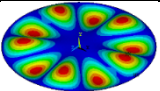
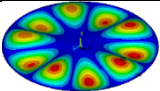
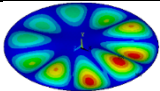
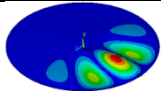
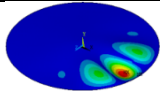
Друга частина комбінованого навантаження – це сила, сконцентрована у точці, яка відображає собою дію ваги людини або конструкції на пологі конічну оболонку. Наявність сили в комбінованому навантаженні впливає тип НДС, який буде однорідним або неоднорідним. У випадку однорідного НДС, сила прикладається у вершині та спрямована вздовж осі обертання оболонки. У випадку неоднорідного НДС, точка прикладання сили знаходиться на утворюючій оболонки на певній відстані від її вершини. В рамках числового дослідження, характеристичне значення сили приймається рівним середній вазі людини (80 – 100 кг), що має з собою оснастку та інструмент (до 20 кг). Окрім цього, сила як компонент комбінованого навантаження може виступати в якості моделі впливу конструкцій на поверхні оболонки, тому у ході подальшого дослідження буде приведено рекомендації щодо максимального значення ваги конструкцій в різних місцях на оболонці, опираючись на розрахункову несучу здатність, отриману за використанням ПК ANSYS.

### Лінійне рішення (CE SHELL 281)

Результатом розв'язання лінійної задачі є критичний тиск  $q^{cr}$ , що представляє собою мінімальну величину тиску спектру власних значень лінійної задачі стійкості, а також відповідна форма випинання у вигляді регулярних вм'ятин і випин, витягнутих вздовж твірної [3]. Лінійний біфуркаційний розрахунок базується на результатах лінійного статичного розрахунку з малими лінійними докритичними деформаціями. Значення критичного навантаження, при якому оболонка втрачає несучу здатність, можливо отримати за допомогою ПК ANSYS. Критичне навантаження знаходиться шляхом перемноження значення прикладеного навантаження у статичному лінійному розрахунку на коефіцієнт FACT, що є рішенням задачі на власні значення [2]. У випадку комбінованого навантаження, критичним вважається те навантаження, яке має мінімальний множник FACT. Форми втрати стійкості для пологих конічних оболонок при комбінованому навантаженні тиском та силою приведені у табл.1.

Таблиця 1

### Форми втрати стійкості для пологих конічних оболонок при комбінованому навантаженні тиском та силою

Форма втрати стійкості					
$q^{cr}$ , кПа	3501	3501	3448	2558	2289
Точка дії сили	F1	F2	F3	F4	F5

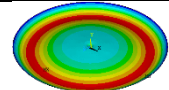
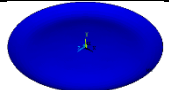
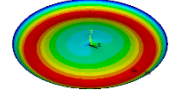
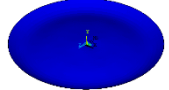
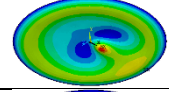
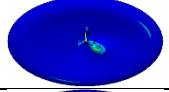
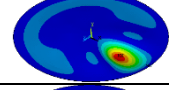
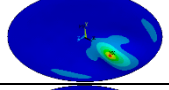
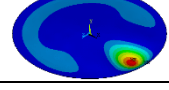
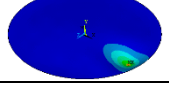
### Геометрично нелінійне рішення (CE SHELL 281)

При вирішенні геометрично нелінійної задачі досліджувалося деформування і випинання оболонки, шляхом побудови залежності переміщень оболонки (прогинів), в першу чергу, її вершини, а так само окремих точок її поверхні від величини тиску  $q$  [3]. При цьому виконується перевірка того, щоб значення граничного навантаження, при якому відбувається втрата стійкості оболонки та перехід до несуміжної форми рівноваги, було вищим за значення критичного навантаження. В рамках

даного чисельного експерименту, відбувалася перевірка несучої здатності пологих конічних оболонок при навантаженні їх розрахунковою вагою снігового покриву для шостого регіону (1.8 кПа) та вагою людини з оснасткою (1.2 кН). Результати розрахунків пологих конічних оболонок з параметрами  $R/h = 400$ ,  $R = 2$  м,  $\alpha=4^\circ$  наведено у табл.2.

Таблиця 2

**Форми деформованих оболонок та розподілення максимальних еквівалентних напружень за Мізесом при дії комбінованого розрахункового навантаження (нормальний однорідний тиск та сила у точці)**

Точка прикладання сили	Форма деформованої оболонки	$w_{max}$	Еквівалентні напруження за Мізесом	$\sigma_{max}^{Mis}$
F1		0.1		170
F2		0.2		115
F3		0.3		103
F4		1.4		113
F5		1.4		123

**Аналіз результатів чисельного експерименту.** Значення максимальних еквівалентних напружень за Мізесом в оболонках ( $R/h = 400$ ,  $R = 2$  м), навантажених нормальним рівномірним тиском  $q_{snow}$ , в залежності від снігового району, в якому розташовані розглянуті оболонки, приведені у табл.3.

Як видно з отриманих результатів, максимальні еквівалентні напруження за Мізесом досягають значення 8.48 МПа для оболонки з  $\alpha=4^\circ$  та 3.98 МПа для оболонки з  $\alpha=10^\circ$ , і не перевищують умовну межу текучості сталі Х18Н9Н ( $\sigma_{02} = 800$  МПа), тобто робота матеріалу оболонки

відбувається в межах лінійного пружного деформування. Очевидно, що найбільше значення напружень спостерігається у оболонках, які розташовані у районі з найбільшим характеристичним значенням ваги снігу (1.8 кПа), яке, в свою чергу, не перевищує несучу здатність оболонки, отриману за допомогою чисельного моделювання у ПК ANSYS: для оболонки з  $\alpha=4^\circ$  несуча здатність складає 3.59 кПа, для оболонки з  $\alpha=10^\circ$  – 14.7 кПа.

Таблиця 3

**Значення максимальних напружень за Мізесом для пологих конічних оболонки ( $R/h = 400$ ,  $R = 2$  м), навантажених нормальним рівномірним тиском  $q_{snow}$**

$R/h=400$	$q_{snow}$ , кПа	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	$q^{lim}$ , кПа	$q^{cr}$ , кПа
$\sigma_{Mises}$ , МПа	$\alpha=10^\circ$	1.77	2.21	2.65	3.09	3.53	3.98	38.7	14.7
	$\alpha=4^\circ$	4.24	5.30	6.36	7.42	8.48	9.54	5.92	3.59

При комбінованому навантаженні нормальним однорідним тиском та сконцентрованою силою отримано значення критичного та граничного навантаження при моделюванні поведінки у середовищі ПК ANSYS. Отримані дані приведені у табл.3.

У результаті лінійного біфуркаційного розрахунку пологих конічних оболонки для п'яти випадків розташування сконцентрованої сили маємо наступне: спостерігається поступове падіння несучої здатності пологої конічної оболонки по мірі віддалення точки прикладання сили від вершини до основи вздовж утворюючої. Поступова зміна точки прикладання сили призводить до падіння несучої здатності оболонки від 3.5 кПа до 2.29 кПа. Але, не зважаючи на падіння значення критичного тиску на 34.6%, несуча здатність оболонки залишається забезпеченою при навантаженні розрахунковою вагою снігового покриву та вагою людини з оснасткою.

У результаті геометрично нелінійного розрахунку деформування пологих конічних оболонки було виконано моделювання поведінки розглянутих оболонки при дії комбінованого навантаження. Основний



критерій розрахунку – оболонка не повинна втратити стійкість при досягненні розрахункового значення комбінованого навантаження та максимальні еквівалентні напруження в оболонці не повинні перевищувати умовну межу текучості сталі X18H9н (800 МПа). Як видно з отриманих даних (табл.2), максимальні еквівалентні напруження не перевищують умовну межу текучості та максимальні переміщення в оболонці не перевищують значення у 1.5 товщини оболонки. При досягненні розрахункового значення комбінованого навантаження оболонка не втрачає несучої здатності.

**Висновки.** У ході виконання чисельного дослідження поведінки оболонки при комбінованому навантаженні було підтверджено, що оболонка не втрачає несучої здатності при дії розрахункових значень компонентів комбінованого навантаження. У якості розрахункових значень комбінованого навантаження було прийнято вагу снігового покриву (нормальний рівномірний тиск) та вагу людини з оснасткою (сконцентрована у точці сила). Несуча здатність оболонки забезпечується як при виконанні лінійного біфуркаційного розрахунку, так і при виконанні геометрично нелінійного розрахунку.

Окрім цього, досліджено вплив зміни місця прикладання сконцентрованої сили на несучу здатність оболонки. При поступовій зміні місця дії сили (від точки F1, що розташована у полюсі оболонки, до точки F5, що розташована на відстані 3/4 від вершини вздовж утворюючої) можливо спостерігати падіння несучої здатності оболонки на 34.6%. У даному випадку, несуча здатність знаходиться при виконанні лінійного біфуркаційного розрахунку. При виконання геометрично нелінійного розрахунку деформування оболонки отримано наступне – зміна точки прикладання сконцентрованої сили призводить до зростання максимальних деформацій поверхні оболонки (до 1.5 товщини стінки) та до поступового падіння та зростання значень еквівалентних напружень за Мізесом.

Використання ПК ANSYS для дослідження поведінки пологих конічних оболонок та інших реальних конструкцій у випадку комбінованого навантаження є доцільним.

### **Література**

1. ДБН В.1.2-2:2006 «Навантаження та впливи. Норми проектування».
2. ANSYS Inc. Academic Research, Release 14.5, Help System, Mechanical Analysis Guide.
3. Varianichko M. A. Resistance of flat structures made of conical shells / M. A. Varianichko, D. V. Nagorny, I. V. Stukalova // Stability of structures. XI<sup>th</sup> Polish symposium. – 2006. – P. 463-471.