

УДК 336.764.2:519.245:004.942

Гармаш Владислав Євгенійович

студент кафедри математичного моделювання економічних систем

Національного технічного університету України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ ОПЦІОННИХ СТРАТЕГІЙ

***Анотація.** В даний час широкого розповсюдження набули різного роду похідні фінансові інструменти. Основними фінансовими інструментами є форварди, ф'ючерси, опціони та свопи. Є одна фундаментальна річ, що поділяє ці інструменти на дві групи – умова. Форвардні та ф'ючерсні контракти а також свопи – це безумовні похідні фінансові інструменти. Своп – це документ про зобов'язання обміну активів за визначених умов. Форварди та ф'ючерси досить схожі – це документи, що зобов'язують придбати або купити базовий актив за певних визначених умов, різниця між ними у моменті фіксації ціни базового активу: для форварду ця ціна буде зафіксована у момент укладання договору, а для форварду – у момент виконання зобов'язань. У групу умовних похідних фінансових інструментів входять опціони. Найбільш схожими до опціонів є ф'ючерси. Так само, як і для ф'ючерсів, для опціонів ціна фіксується у момент виконання умови зазначеної під час укладання договору, але опціон – це не документ зобов'язання, а документ, що надає право. Тобто навіть якщо умови виконання опціону були виконані, особа, що придбала опціон може не виконувати його, але якщо ця особа вирішить виконати умови опціону, то продавець зобов'язаний продати або придбати базовий актив.*

Отже опціони серед похідних фінансових інструментів є найбезпечнішим. На фондовому ринку частіше за все використовують декілька опціонів для хеджування, адже це забезпечує менші збитки у разі неблаготворливих умов. Набори опціонів називають стратегіями. Тому постає питання про вибір опціонної стратегії для певного базового активу.

***Ключові слова:** опціон, колл, пут, опціонна стратегія, модель Блека-Шоулса, метод Монте-Карло, мова програмування R.*

Постановка проблеми. На фондовому ринку використовується кілька десятків опціонних стратегій, отже є проблема у виборі стратегії для найбільшої прибутковості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженням даної проблеми займалися Р. Букстабер, Р. Кларк, А. В. Коркунов, Н. Л. Іващук, Н.А. Купрій, К. Енц, Г. Томпсон.

Формулювання цілей статті (постановка завдання). Оцінка прибутковості опціонних стратегій в умовах невизначеності фондового ринку.

Виклад основного матеріалу. Опціони діляться на два різновиди – ці опціони на купівлю (базового активу) та на продаж. Отже, одна особа має можливість на чотири види відносин із іншою особою: придбання опціону на купівлю, придбання опціону на продаж, продаж опціону на купівлю та продаж опціону на продаж. Ці відносини є чотирма найпростішими опціонними стратегіями. В англійській літературі їх називають long call, long put, short call, short put відповідно. Таким чином особа має можливість купити або продати опціон (право) на виконання певних дій (купівлю або продаж базового активу).

Наприклад, якщо одна особа має намір укласти договір про право на купівлю базового активу у майбутньому, то вона купує опціон на купівлю (тобто має право у майбутньому придбати базовий актив за ціною виконання

на момент виконання), а продавець цього опціону зобов'язаний продати покупцю базовий актив за ціною виконання, якщо покупець скористається своїм правом. Це означає, що в момент виконання опціону якщо ціна базового активу буде вищою за ціну виконання, то покупець опціону використає своє право, придбає базовий актив за ціною, що нижча ринкової та отримає прибуток. Якщо ж ціна базового активу буде нижчою за ціну виконання, то покупець не буде використовувати своє право та отримає збиток у розмірі ціни опціону.

Таким чином оберемо для моделювання 3 стратегії одну просту (придбання опціону на купівлю) та дві складні («придбання метелика» та «продаж кондора»). «Купівля метелика» – це стратегія, що заключається у придбанні трьох опціонів на купівлю, кожен з яких має різні ціни виконання. «Продаж кондора» – це стратегія, що заключається у придбанні та продажу чотирьох опціонів із різними цінами виконання. Купується два опціони на купівлю та продається ще два опціони на купівлю.

Важливим етапом при оцінювання опціонних стратегій є визначення ціни опціону. В даній статті будемо визначати ціну за допомогою моделі Блека-Шоулса як еталонної. Модель Блека-Шоулса для опціону на купівлю (1) та параметри моделі (2, 3) мають наступний вигляд:

$$C(S_0, t) = S_0 N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} \quad (2)$$

$$d_2 = \frac{\ln \frac{S_0}{K} + (r - \frac{\sigma^2}{2})(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} \quad (3)$$

де $C(S_0, t)$ – поточна вартість опціону call в момент часу t до кінця терміну дії опціону (до експірації) T ;

$P(S_0, t)$ – поточна вартість опціону put в момент часу t до кінця терміну дії опціону (до експірації) T ;

S_0 – поточна ціна базового активу;

$N(x)$ – функція стандартного нормального розподілу;

K – ціна виконання опціону;

r – безризикова відсоткова ставка;

$T - t$ – час до кінця терміну дії опціону;

σ – волатильність дохідності (квадратний корінь із дисперсії) базового активу [1].

В подальшому нами буде розглянута ситуація прийняття рішення використовуючи результати експерименту. Для знаходження ймовірнісного розподілу значення, яке ми спостерігаємо при нашому експерименті.

Розглянута вище модель Блека-Шоулса найчастіше використовується учасниками ринку опціонів для знаходження початкової ціни опціону при торгах та очікуваної волатильності.

Нами буде зроблене припущення, що продавець і покупець опціону використовують модель Блека-Шоулса для встановлення початкової ціни опціону і в процесі торгів – це значення змінюється випадковим чином.

Очікувану волатильність ми будемо знаходити з формули для ціноутворення європейського опціону на купівлю (4) акцій:

$$\sigma = f_{BS_{call}}^{-1}(S_0, K, T - t, r, C) \quad (4)$$

де σ – очікувана волатильність;

$f_{BS_{call}}^{-1}$ – формула очікуваної волатильності з формули для опціону на купівлю;

$f_{BS_{put}}^{-1}$ – формула очікуваної волатильності з формули для опціону на продаж;

Визначимо формули прибутків для обраних стратегій. Для стратегій «Придбання опціону на купівлю» (5), «Придбання метелика» (6) та «Продаж кондора» (7) прибуток має наступний вигляд:

$$R_1 = \max(S - K_A, 0) - C_A \quad (5)$$

$$R_2 = \max(S - K_A, 0) - 2 \times \max(S - K_B, 0) + \max(S - K_C, 0) - C_A + 2 \times C_B - C_C \quad (6)$$

$$R_3 = -\max(S - K_A, 0) + \max(S - K_B, 0) + \max(S - K_C, 0) - \max(S - K_D, 0) + C_A - C_B - C_C + C_D \quad (7)$$

де $K_A < K_B < K_C < K_D$, та $\frac{K_A}{K_B} = \frac{K_B}{K_C} = \frac{K_C}{K_D}$

$C_{A...D}$ – ціна опціону на купівлю для ціни виконання $K_{A...D}$

S – ціна базового активу на момент виконання опціону.

В даній статті буде розглянуто формування інвестиційного портфелю на основі власного капіталу в розмірі \$10'000, що складається із біржових опціонів. Інвестиційний портфель буде формуватися на строк від 1 до 12 місяців задля отримання інвестором постійного прибутку впродовж року.

Для розрахунків та моделювання будемо використовувати статистичну мову програмування R.

Отримаємо ціну базових активів у середовищі R за певний період за допомогою функції «getSymbols» пакету «quantmod». Базовими активами оберемо акції компаній «Alphabet Incorporated» («Google Inc.»), «Apple Incorporated». Для кожного базового активу можливостями мови R обрахуємо історичну волатильність.

На прикладі стратегії «Придбання метелика» побудуємо оптимізаційну модель для і накладемо умови (8):

$$\left\{ \begin{array}{l} \max(S - K_A, 0) - 2 \times \max(S - K_B, 0) + \max(S - K_C, 0) - C_A + 2 \times C_B - C_C \rightarrow \max \\ 0.5 \times S_0 \leq K_A < K_B < K_C \leq 1.5 \times S_0 \\ \frac{K_A}{K_B} = \frac{K_B}{K_C} \\ 30/365 \leq t \leq 1 \end{array} \right. \quad (8)$$

Для моделювання використаємо функцію «optimize» із пакету «nlm», а для визначення ціни базового активу будемо генерувати випадкові величини із урахуванням історичної волатильності базових активів. Оцінювати стратегії будемо після 10000 симуляцій.

Отже, після симуляцій було отримано наступні значення (де 1А-3А стратегії для опціонів на базовий актив акцій Alphabet, 1Б-3Б – для акцій Apple):

Таблиця 1

Оптимальні значення та відповідна прибутковість стратегій

№ п.п.	Стратегія	Ціна виконання, \$	Час виконання, днів	Середнє значення прибутку під час симуляції, \$	Прибуток за оптимальних значень, \$	Прибутковість, %
1А	Придбання опціону на купівлю	993.35	144.08	991.59	992.62	0.10
2А	Придбання метелика	841.31	37.74	1'008.08	1'020.84	1.27
		893.07				
		948.01				
3А	Продаж кондора	792.24	67.47	1'453.54	1'457.60	0.28
		840.98				
		892.72				
		947.64				
1Б	Придбання опціону на купівлю	172.70	258.71	1'267.91	1'273.34	0.43
2Б	Придбання метелика	162.31	82.35	717.10	722.31	0.73
		172.30				

		182.90				
ЗБ	Продаж кондора	174.82	148.97	863.76	878.20	1.67
		185.58				
		196.00				
		208.06				

Звідси можна визначити, що одна й та сама стратегія не є оптимальною для кожного базового активу. Для Alphabet – це придбання метелика, для Apple – продаж кондора. Бачимо і те, що найпростіша стратегія є і найменш прибутковою.

Якщо оцінювати прибутковість стратегії у грошовому вираженні, то оптимальній такої стратегії буде показником лише для певного базового активу. Тому, щоб оцінити саму стратегію, потрібно звертати увагу саме на прибутковість стратегії за оптимальних значень ціни та часу виконання у порівнянні із прибутковістю стратегії за середніх значень ціни та часу виконання під час моделювання.

За цим критерієм маємо наступні значення:

Таблиця 2

Середня прибутковість стратегій

№ п.п.	Стратегія	Прибутковість, %
1	Придбання опціону на купівлю	0.265
2	Придбання метелика	0.85
3	Продаж кондора	0.96

Отже, для використання опціонів, де базовими активами є акції вищезазначених компаній, стратегія «Продаж кондора» є найбільш прибутковою.

Висновки. Доцільним є застосування методу Монте-Карло для знаходження оптимальної опціонної стратегії. У зв'язку з можливістю отримання значного доходу без значних початкових інвестицій опціони є одними з найпоширеніших фінансових інструментів на розвинених фондових біржах. Удосконалення опціонних стратегій передбачає отримання ще більшого прибутку на фондовому ринку. Виявлено як оптимальні стратегії для кожного базового активу, так і оптимальна стратегія для всіх базових активів.

Література

1. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. – 1973. – № 81(3). – С.637-654.
2. Bookstaber R., Clarke R. Option portfolio strategies: measurement and evaluation. *Journal of Business*. – 1984. – С. 469-492.
3. Коркунов А.В. Оценка опционов и дельта-хеджирование применительно к фьючерсным контрактам на российском рынке. *Экономический журнал Высшей школы экономики*. – 1999. – № 3(2). С. 173-185.
4. Іващук Н.Л. Метод оцінювання опціонів зі стохастичною змінністю ціни базового активу. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. Логістика. – 2009. – № 649. – С. 184-193.
5. Enz C.A., Thompson G. *The Options Matrix Tool (OMT): A Strategic Decision-making Tool to Evaluate Decision Alternatives*. – 2013.