

УДК 530.1

**Тайланов Низом Абдураззакович**

*кандидат физических наук,*

*доцент кафедры электроэнергетики*

*Джизакский политехнический институт*

**Ахмаджанова Умида Тожимуродовна**

*ассистент кафедры электроэнергетики*

*Джизакский политехнический институт*

## **МАГНЕТО-ТЕПЛОВЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ В РЕЖИМЕ КРИПА ПОТОКА В СВЕРХПРОВОДНИКАХ ВТОРОГО РОДА**

*Аннотация.* Проведено теоретическое исследование процесса развития термомагнитной неустойчивости типа скачка магнитного потока в сверхпроводнике II-рода, находящегося в плоском полубесконечном образце в рамках модели критического состояния Вина.

*Ключевые слова:* термомагнитная неустойчивость, критическое состояние, вязкое течение потока.

Термомагнитная неустойчивость типа скачка магнитного потока в сверхпроводниках обусловлена взаимодействием тепловых и электромагнитных малых возмущений. Такой скачок, как правило, приводит к переходу сверхпроводника в нормальное состояние [1]. Явление термомагнитной неустойчивости критического состояния или скачка магнитного потока было обнаружено как в низкотемпературных [1-5], так и высокотемпературных

сверхпроводящих образцах [6]. Динамика устойчивости критического состояния по отношению к скачкам магнитного потока в жестких и композитных сверхпроводниках была обсуждена в теоретических и экспериментальных работах [1-5]. Общая концепция устойчивости критического состояния в сверхпроводниках II рода была развита в литературе [4, 5]. В работе [5] изучена динамика развития малых тепловых и электромагнитных возмущений и соответствующие условия устойчивости критического состояния в сверхпроводниках в режиме вязкого течения потока. Динамика устойчивости критического состояния в сверхпроводниках в режиме крипа потока с нелинейной вольтамперной характеристикой была рассмотрена в [6].

В нашей предыдущей работе динамика малых тепловых и электромагнитных возмущений была изучена в рамках модели вязкого течения потока, где вольтамперная характеристика сверхпроводника  $j(E)$  линейна в достаточно больших значениях электрического поля [2]. Однако, малоисследованным остается вопрос о динамике развития малых термомагнитных возмущений в режиме крипа потока с нелинейной вольтамперной характеристикой сверхпроводника. Целью настоящей работы является теоретическое изучение динамику пространственного и временного распределения тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике в режиме крипа потока.

Для моделирования процесса эволюции возмущений температуры и электромагнитного поля используется система уравнений макроскопической электродинамики [4, 5]. Сформулируем основные уравнения, описывающие динамику развития тепловых и электромагнитных возмущений для простого случая - сверхпроводящего плоского полубесконечного образца  $x > 0$ . Предполагаем, что внешнее магнитное поле  $\mathbf{B} = (0, 0, B_e)$  направлено по оси  $z$  и скорость магнитного поля является постоянной  $B_e = \text{const}$ . Согласно уравнению

Максвелла (2), в образце имеется вихревое электрическое поле  $E=(0, E_e, 0)$ .  
Здесь  $E_e$  - амплитуда фонового электрического поля. Из концепции критического состояния непосредственно следует параллельность плотности тока и электрического поля  $\vec{j} \uparrow \vec{E}$ .

Для такой геометрии пространственное и временное распределения малых тепловых и электромагнитных возмущений описываются следующими уравнениями

$$v \frac{d\delta T}{dt} = \kappa \frac{d^2 \delta T}{dx^2} + j_c \delta E \quad (1)$$

$$\frac{d^2 \delta E}{dx^2} = \mu \left[ \frac{dj}{dE} \frac{d\delta E}{dt} - \frac{dj_c}{dT} \frac{d\delta T}{dt} \right] \quad (2)$$

где  $v$  и  $\kappa$  - коэффициенты теплоемкости и теплопроводности образца, соответственно.

Далее, получим решение системы уравнений (1)-(3) в предположении, что критическая плотность тока не зависит от индукции магнитного поля  $B$  и воспользуемся моделью Бина

$$j_c = j_c(B_e, T) = j_0 - a(T_c - T_0)$$

где  $B_e$  - значение внешней магнитной индукции;  $a = \frac{j_0}{T_c - T_0}$ ;  $j_0$  - равновесная плотность тока,  $T_0$  и  $T_c$  - начальная и критическая температура образца, соответственно [5]. Зависимость  $j=j(E)$  в области достаточно сильных электрических полей  $E \geq E_f$  может быть аппроксимирована кусочно-линейной функцией  $j \propto \sigma_f E$ , где  $\sigma_f$  - эффективная проводимость в режиме вязкого течения потока,  $E_f$  - граница линейного участка на ВАХ образца. В области слабых полей  $E < E_f$  функция  $j=j(E)$  является нелинейной. Такая нелинейность обусловлена термоактивационным крипом потока [6]. Для описания

вольтамперной характеристики сверхпроводников в режиме крипа потока используют различные модели и в частности, они могут быть описаны степенной и экспоненциальной моделями

$$\vec{j} = j_c + j_1 \ln \left[ \frac{\vec{E}}{E_c} \right] \quad (3)$$

Здесь  $j_c$  - плотность тока, определенная при напряженности электрического поля  $E_c$  постоянный параметр и зависит от механизмов пиннинга. В этом случае дифференциальная проводимость определяется равенством

$$\sigma = \frac{dj}{dE} = \frac{j_c}{E}$$

Вольтамперная характеристика вида (3) характерна для сверхпроводников, у которых зависимость потенциального барьера от тока имеет нелинейность логарифмического типа. В основе формулировки уравнения (3) лежит идея тепловой активации вихревой структуры сверхпроводника [6]. Поставим соответствующие тепловые и электродинамические граничные условия [5] в исходную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dT(0,t)}{dx} = 0, & \quad T(L,t) = T_0 \\ \frac{dE(0,t)}{dx} = 0 & \quad E(L,t) = 0 \end{aligned}$$

Здесь  $L$  характерная глубина проникновения магнитного потока в образец. Она легко находится из уравнения Максвелла (2) с учетом граничных условий  $H(0)=H_e$ ,  $H(L)=0$  и имеет вид  $L=cH_e/4\pi j_0$ .

Заметим, что система дифференциальных уравнений (1), (2), дополненной граничными условиями достаточно полно описывает динамику эволюции тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике в режиме крипа

потока. Подробное обсуждение условий применимости системы уравнений (1), (2) для описания динамики развития термомагнитных возмущений достаточно хорошо изложено в литературе [4, 5]. Рассмотрим процесс развития термомагнитной неустойчивости в адиабатическом приближении, выполняющемся в жестких сверхпроводниках с малой теплопроводностью. Адиабатический характер развития неустойчивости приводит к преимущественному распространению диффузии магнитного потока по сравнению с диффузией тепла в образце (см. [4, 5]). В этом приближении, система уравнений (1), (2) сводится к одному уравнению для распределения электромагнитного поля

$$e \frac{d^2 e}{dz^2} - \frac{de}{d\tau} + \beta e^2 = 0 \quad (5)$$

Здесь мы ввели следующие безразмерные переменные

$$z = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad e = \frac{\delta E}{E_c}, \quad t_0 = \frac{\mu j_c L^2}{E_c}, \quad \beta = \frac{\mu j_c^2 L^2}{v(T_c - T_0)}$$

Так как, при выводе уравнения (5) мы пренебрегли тепловыми эффектами, лишь электродинамические граничные должны быть поставлены в (5)

$$e(1, t) = 0, \quad \frac{de(0, \tau)}{dz} = 0 \quad (6)$$

Решение последнего дифференциального уравнения получим, воспользовавшись методом разделения переменных. Представив решение уравнения (5) в виде

$$e(z, \tau) = \lambda(\tau)\varphi(z) \quad (7)$$

получим следующие уравнения для новых переменных

$$\frac{1}{\lambda^2} \frac{d\lambda}{d\tau} = k \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} + \beta \varphi = k \quad (9)$$

Интегрируя уравнение (8) получим

$$\lambda = \frac{1}{\tau - \tau_0} \quad (10)$$

где  $\tau_0$  - постоянный параметр, характеризующий времени проникновения магнитного потока вглубь сверхпроводника;  $k=1$ . Интегрируя уравнение для  $\varphi(z)$  с учетом граничных условий (б) и равенство (10), имеем следующее точное решение искомого уравнения

$$e(z, \tau) = \frac{1}{\beta(\tau - \tau_0)} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{L} \sqrt{\beta} x\right) + 1 \right]. \quad (11)$$

Таким образом, полученное решение описывает динамику развития тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике со степенной вольтамперной характеристикой в режиме крипа магнитного потока.

**Заключение.** Таким образом, на основе линейного анализа системы дифференциальных уравнений для распределения температуры и электромагнитного поля было показано, что при определенных условиях возможно возникновение взрывообразной неустойчивости в сверхпроводнике.

### Литература

1. C. P. Bean, Phys. Rev. Lett. 8, 250, 1962; Rev. Mod. Phys., 36, 31, 1964.
2. P. S. Swartz and S.P. Bean, J. Appl. Phys., 39, 4991, 1968.
3. S. L. Wipf, Cryogenics, 31, 936, 1961.
4. R. G. Mints and A.L. Rakhmanov, Rev. Mod. Phys., 53, 551, 1981.
5. R. G. Mints and A.L. Rakhmanov, Instabilities in superconductors, Moscow, Nauka, 362, 1984.
6. A. M. Campbell and J. E. Evetts, Critical Currents in Superconductors (Taylor and Francis, London, 1972) Moscow, 1975.